

Задачи для поступающих в 8 класс

(во всех задачах ответ необходимо обосновать)

1. Упростите выражение $\left(2\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}-\frac{a^3+b^3}{a+b}\right)+a^2+4b^2\right):\left(a^2-4b^2\right)-\frac{4b}{a-2b}$.
2. В строку выписали друг за другом без запятых все числа от 1 до 10000: 123456789101112...9998999910000. Сколько чисел 2017 при этом образованы четверками подряд идущих цифр?
3. Автомобиль выехал в 10:00 из города А в город Б. Проехав ровно треть пути, автомобиль увеличил скорость на 20% и поэтому прибыл в город Б на 20 минут раньше, чем планировал. Во сколько он приехал в город Б?
4. На сторонах AB , BC , CA треугольника ABC выбраны соответственно точки M , N , K . Оказалось, что четырехугольник $KMNC$ – квадрат, а прямая AN делит отрезок KM пополам. Найдите углы треугольника ABC .
5. Сумма пяти чисел равна 10000. Может ли их произведение оканчиваться на 2017?
6. В темной комнате лежит небольшой мешок с яблоками. Среди 10 человек часть – рыцари (они всегда говорят правду), часть – лжецы (они всегда лгут). Первый из них зашел в комнату, заглянул в мешок и сказал: «В мешке больше 1 яблока», после чего взял одно яблоко и вышел из комнаты. Потом зашел второй, и, заглянув в мешок, сказал, что в нем больше двух яблок. Затем взял яблоко и вышел. И так далее. Последний сказал, что в мешке больше 10 яблок, взял одно и вышел. Какое наибольшее число лжецов могло быть среди этих 10 человек?

Задачи для поступающих в 9 класс

(во всех задачах ответ необходимо обосновать)

1. Напишите уравнение какой-нибудь прямой, делящей площадь четырехугольника с вершинами $A(0;-1)$, $B(-3;2)$, $C(0;5)$, $D(1;2)$ пополам.

2. Для различных чисел a и b выполняется равенство $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{a}$. Какие значения

может принимать выражение $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{1}{a}\right)$?

3. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$), имеет радиус 1 и пересекает высоту BH треугольника ABC в точке P . Найдите периметр треугольника ABC если известно, что $BP = 1$.

4. Катер и лодка одновременно стартовали от пристани А к пристани Б, расположенной вниз по течению реки, и катер приплыл на 10 минут быстрее лодки. Когда же они одновременно поплыли от пристани Б к пристани А, то катер приплыл на 24 минуты быстрее. Определите, во сколько раз скорость катера больше скорости течения реки, если скорость лодки в три раза больше скорости течения реки.

5. При каких значениях параметра a неравенство $ax^2 + 2x + a \geq 0$ выполняется для любого x ?

6. В таблицу 2×5 записали все натуральные числа от 1 до 10. После этого посчитали каждую из сумм чисел по строке и по столбцу (всего получилось 7 сумм). Какое наибольшее количество этих сумм могут быть простыми числами?

Задачи для поступающих в 10 класс

(во всех задачах ответ необходимо обосновать)

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат, и делящей площадь четырехугольника с вершинами $A(0;1)$, $B(0;2)$, $C(4;2)$, $D(4;1)$ пополам.
2. При каких значениях параметра a разность корней уравнения $x^2 - (a^2 - a)x - a^3 = 0$ равна 2?
3. Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 35 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 46% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 47% кислоты. Сколько килограммов кислоты в каждом растворе?
4. Из точки N на стороне BC равностороннего треугольника ABC опущен перпендикуляр NP на сторону AB . Окружность, описанная около треугольника BNP , касается прямой AN . Найдите радиус окружности, если периметр треугольника ABC равен 3.
5. Разность между седьмым и первым членами геометрической прогрессии равна 21, а разность между пятым и третьим членами прогрессии равна 6. Найдите разность между одиннадцатым и девятым членами прогрессии.
6. На доске написано число 2000. Петя и Коля по очереди делят число, написанное на доске, на любое из следующих трех чисел: 2, 5, 10. Проигрывает тот из них, после хода которого на доске появится нецелое число. Петя ходит первым. Кто выигрывает при правильной игре?